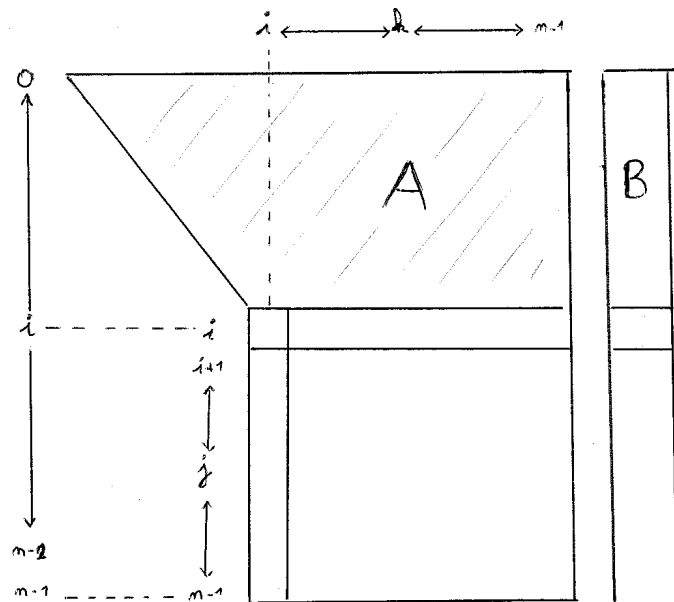

TD n°07 : Le Pivot de Gauss



12 décembre 2017



Récupérer le fichier `gauss.py` qui se trouve dans l'espace de partage du réseau de l'établissement.
Copiez-le sur le bureau de votre ordinateur.
Vous y trouverez les consignes suivantes :

#####

Programmation de l'algorithme du Pivot de Gauss pour un système de Cramer

On souhaite résoudre le système de Cramer $AX=B$

La matrice A sera codée sous la forme d'une liste de listes A de taille nxn

Le terme a_{ij} sera alors obtenu grâce à la commande `A[i][j]` pour i et j dans `[0,n-1]`

le vecteur B sera codé sous la forme d'une liste de valeurs : `B = [b0,b1...,bn-1]`

On pourra tester les programmes suivants avec les matrices A et B suivantes :

`A = [[1,0,-1],[1,2,-1],[0,2,1]]`

`B = [0,2,-1]`

#####

```

# I] Programmation des opérations élémentaires

# 1) Recherche d'un pivot

# Compléter la fonction suivante qui dans une colonne j d'une matrice A, renvoie
# l'indice du premier coefficient aij non nul pour j>=i. Ce coefficient sera le pivot.
# Le système étant de Cramer, on est assuré qu'un tel coefficient existe bien

def pivot(A,i):
    n = len(A)          # Ne sert à rien !!
    j=i
    while A[j][i] == 0:
        ...

pivot(A,0)

# 2) Echange de lignes : Li <-> Lj

# Compléter la fonction suivante qui échange les lignes Li et Lj d'une matrice A
# Attention, l'indexation des lignes et colonnes commence à 0

def echange_lignes (A,i,j):
    n = len(A)
    for k in range(...) :
        ...

echange_lignes(A,0,2)

# 3) Transvection : Lj <- Lj + mu.Li

# Compléter la fonction suivante qui dans une matrice A, remplace la ligne Lj par la ligne Lj + mu.Li

def transvection(A,i,j,mu):
    n = len(A)
    for k in range(...) :
        ...

transvection(A,0,1,2)

#####

# II] Programmation de la résolution du système

# 1) ETAPE 1 : Triangularisation du système

# Compléter la procédure suivante qui transforme le système AX = B en un système triangulaire
# On pensera à bien effectuer sur le vecteur B les mêmes opérations d'échange et de transvection
# que sur la matrice A

def triangularisation(A,B):
    n = len(A)
    for i in range(0,n-1):          # i parcourt ici toutes les lignes de 0 à n-2
        j = pivot(...)
        ...
        # on échange les lignes Li et Lj puis
        # on annule tous les coefficients sous a[i][i]

triangularisation(A,B)

# 2) ETAPE 2 : Résolution du système triangulaire

```

```
# Construire la fonction qui, à partir d'un système triangulaire, renvoie le vecteur solution.

def soltrig(A,B):
    n = ln(A)
    l =[]
    for i in range(0,n-1):
        # l est la liste dans lesquelles nous allons stocker les solutions
        # (n-1)-i représente l'indice de la solution recherchée
        ...

soltrig(A,B)
```

3) ETAPE 3 : Programme de résolution globale

A l'aide des procédures précédentes, construire une fonction de résolution du système $AX = B$
par la méthode de Gauss.

#####

Rappel des fonctions solve() de sympy et numpy pour résoudre :

$$\begin{cases} ax + by + cz = 0 \\ a'x + b'y + c'z = 0 \\ a''x + b''y + c''z = 0 \end{cases} .$$

Python

```
# Avec sympy #####

from sympy import var, solve
var('x,y,z')
solve([a*x+b*y+c*z,a'*x+b'*y+c'*z,a''*x+b''*y+c''*z],[x,y,z])

# Avec numpy #####

from numpy.linalg import solve
from numpy import array
A = array([[a,b,c],[a',b',c'],[a'',b'',c'']])
B = array([u,v,w])
solve(A,B)
```